

Moderne Physik 4— Wechselwirkungen von ionisierenden Strahlungen mit der Materie

Medizinische Relevanz: In früheren Kapiteln wurde schon erwähnt, dass die ionisierenden Strahlungen — die Kernstrahlungen und die Röntgenstrahlung — sowohl in der Diagnostik als auch in der Therapie benutzt werden. In der diagnostischen Anwendung müssen die aus dem Körper emittierte γ -Strahlung oder die durch den Körper hindurchdringende Röntgenstrahlung detektiert werden. Die Detektierung basiert auf die Wechselwirkung der Strahlung mit dem Detektorstoff.

Die Kontraste im Röntgenbild entstehen auch durch die unterschiedlichen Wechselwirkungen der Röntgenstrahlung mit den Körpergeweben.

Es ist noch eindeutiger, dass die therapeutische Anwendungen der Strahlungen an der ionisierenden Wirkung und an der dadurch ausgelösten chemischen und biologischen Wirkungen liegen. In der Radiochirurgie können z. B. Hirntumoren mit Hilfe des sogenannten Gamma-Knife entfernt werden.

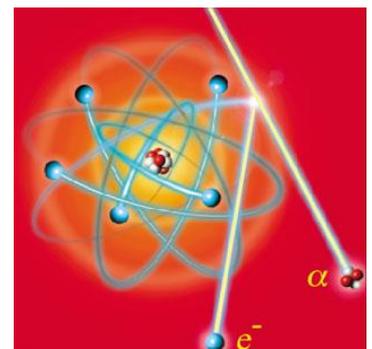


Gamma-Knife

Die *ionisierenden Strahlungen* sind die Strahlungen, die genug viel Energie besitzen um Atome und Moleküle zu ionisieren. Dazu gehören die radioaktiven Strahlungen und die Röntgenstrahlung. Die UV-Strahlung liegt an der Grenze, sie kann zwar nicht alle Atome und Moleküle ionisieren, aber manche biologische Moleküle doch, vorerst die ferneren UVC-Strahlen.

Die ionisierenden Strahlungen können desweiteren auf zwei Klassen eingeteilt werden: α - und β^- -Strahlen gehören zu den *direkt ionisierenden Strahlungen*, während die γ -Strahlung und die Röntgenstrahlung die Klasse der *indirekt ionisierenden Strahlungen* bilden. Der Fall der β^+ -Strahlen ist speziell.

Direkt ionisierende Strahlungen: sind die α - und β^- -Strahlen. Sie treten in direkte Wechselwirkung mit den Elektronen von vielen Atomen und Molekülen. Sie regen Elektronen an, sogar lösen Elektronen aus, d. h. sie **ionisieren** die Atome und Moleküle. Diese Wechselwirkungen kann man sich in einem einfachen Bild folgenderweise vorstellen. Die α - oder β^- -Teilchen fliegen mit großer Geschwindigkeit und viel Energie ein, treffen mit den Elektronen in dem Medium zusammen und übergeben ihnen Energie, wodurch diese Elektronen auf höhere Schale gebracht werden (Anregung) oder schlagen die α - oder β^- -Teilchen die Elektronen einfach aus der Atombindung heraus (Ionisation). Im Wege der α - oder β^- -Teilchen werden nacheinander viele Atome angeregt oder ionisiert so lange bis die α - oder β^- -Teilchen ihre Energie völlig verlieren.



Ein Unterschied ist es zwischen den zwei Strahlungen jedoch, dass die α -Teilchen wegen ihrer größeren Masse und stärkeren elektrischen Ladung stärker mit den Atomen in Wechselwirkung treten, deshalb geben sie ihre Energie schneller ab. Die α -Teilchen fliegen abhängig vom Medium nur etwa paar mm oder cm und danach verlieren sie schon ihre ganze Energie — sie haben also ziemlich kurze Reichweite —, während die β^- -Teilchen eine größere Reichweite (cm bis m) haben. Die biologischen Wirkungen werden dementsprechend auch unterschiedlich sein, und zwar hat die α -Strahlung wegen der konzentrierteren Ionisation stärkere Wirkungen.

β^+ -Strahlung. Das β^+ -Teilchen zeigt wegen der Natur des Teilchens (Positron = Antielektron!) eine spezielle Wechselwirkung auf. Wenn ein Positron auf ein Elektron trifft, vernichten sie einander, die Erscheinung heißt **Paarvernichtung** (oder Annihilation). Die zwei Teilchen hören auf zu existieren, ihre Masse wird in Energie umgewandelt. Diese Energie erscheint am meisten in Form von zwei γ -Quanten. Die Erscheinung, dass Masse und Energie ineinander umgewandelt werden können, wurde von Einstein in seiner Relativitätstheorie vorhergesagt. Nach der **Energie-Masse-Äquivalenz** sind Masse m und Energie E gleichwertig. Für sie gilt:

$$E = m \cdot c^2$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s) bezeichnet.

Durch die Paarvernichtung entsteht also γ -Strahlung praktisch sofort nach der Emission des β^+ -Teilchens und in der unmittelbaren Nähe der Emission, demzufolge kann man nicht mehr über die Wechselwirkung von β^+ -Teilchen mit der Materie sprechen, sondern im Weiteren über die Wechselwirkung von γ -Strahlung mit der Materie.

Medizinische Beziehung: Wie schon früher erwähnt, verwendet man β^+ -strahlende Isotope in einem speziellen nuklearmedizinischen bildgebenden Verfahren, in der **Positronenemissionstomografie**. Man appliziert ein β^+ -strahlendes Isotop dem Patienten, doch misst man γ -Strahlung mit Gammakameras aus dem Körper.

Aufgaben: (Versuchen Sie bitte die Aufgabe zuerst selbstständig zu lösen.)

1. Wie viel Energie entsteht bei der Paarvernichtung eines Elektron–Positron-Paars? Geben Sie die Energie in eV an. (Die Ruhemasse des Elektrons, wie die Ruhemasse des Positrons betragen $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.) Wie groß ist die Energie der emittierten γ -Quanten, wenn man voraussetzt, dass die entstandene Energie unter zwei γ -Quanten im gleichen Verhältnis aufgeteilt wird?

Lösung:

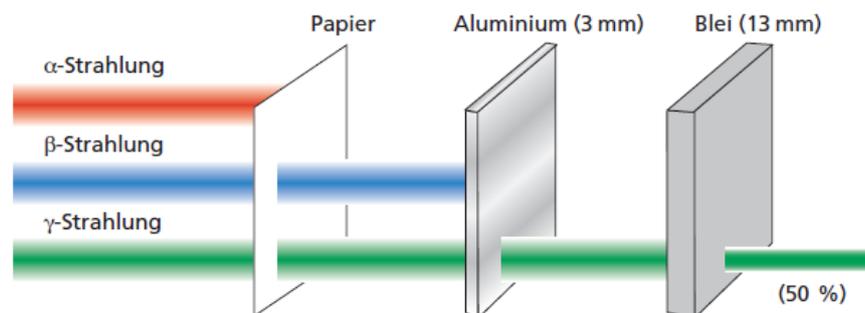
Nach der Energie–Masse-Äquivalenz gilt:

$$E = 2 \cdot m \cdot c^2 = 2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,64 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 1025 \text{ keV}$$

Ein γ -Quant bringt dann die Hälfte dieser Energiemenge, etwa 512 keV mit.

Indirekt ionisierende Strahlungen: sind die γ - und die Röntgenstrahlen, also die elektromagnetischen Strahlungen. Sie treten nämlich in direkte Wechselwirkung nur mit einem einzigen Atom oder Molekül. (Es gibt mehrere Wechselwirkungstypen, wir gehen auf diese nicht ausführlich ein.) Als Ergebnis dieser Wechselwirkungen wird in der Regel ein schnelles Elektron aus dem Atom ausgelöst, dieses Atom wird also durch das γ - oder Röntgenphoton ionisiert. Aber nur dieses allererste Atom. Das ausgelöste schnelle Elektron ionisiert viele weitere Atome genauso wie das β^- -Teilchen, das eigentlich auch ein Elektron ist. Der überwiegende Großteil der Ionisationsereignisse wird also durch das ausgelöste schnelle Elektron und nicht durch das γ - oder Röntgenphoton hervorgerufen. Deshalb nennt man die γ - und Röntgenstrahlungen indirekt ionisierend.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein γ - oder Röntgenphoton mit einem Atom in Wechselwirkung tritt, ist noch kleiner als die Wahrscheinlichkeit für α - und β^- -Strahlen, deshalb ist die Reichweite der indirekt ionisierenden Strahlungen am größten. Die Abbildung zeigt sehr anschaulich die Reichweiteverhältnisse. Während die α -Strahlung mit einem Blatt Papier, die β^- -Strahlung mit einer dünnen Leichtmetallplatte etwa völlig abgeschirmt werden können, reicht eine 1-2 cm dicke Bleiplatte nur für die Halbierung der γ -Strahlung aus. Diese „Halbierung“ ist noch eine spezielle Eigenschaft der γ - bzw. Röntgenstrahlungen. Während die α - und β^- -Strahlungen eine eindeutige Reichweite haben, kann man zu den γ - und Röntgenstrahlen eine solche nicht zuordnen. Über diese Eigenschaft sprechen wir bald.



Medizinische Beziehung: Die ionisierenden Strahlungen üben auch chemische und biologische Wirkungen aus. Die Strahlungen wirken direkt auf biologisch wichtige Makromoleküle wie Proteine oder Nukleinsäure, in denen Brüche und andere Strukturänderungen als Folge auftreten können. Dadurch können die Funktionen dieser Makromoleküle zerstört werden. Die Strahlungen wirken auch auf die Wassermoleküle im Körper, Wasserradikale entstehen, die dann auch die Zellenfunktionen schädigen können. Somatische Schäden treten bei den bestrahlten Menschen selbst auf: verändertes Blutbild, Übelkeit, Entzündung der Schleimhäute oder Fieber, Spätschäden wie Trübung der Augenlinse oder Leukämie. Genetische Schäden treten erst bei den Nachkommen auf.

Die Strahlenschädigung hängt von der Art und Intensität der Strahlung, der Dauer der Einwirkung, der Empfindlichkeit der bestrahlten Organe. Mit diesen Fragen beschäftigt sich die Dosimetrie.

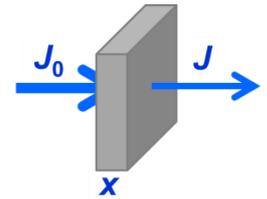
Die möglichen biologischen Nebenwirkungen darf der Arzt bei der diagnostischen Verwendung von ionisierenden Strahlungen nicht außer Acht lassen. Man muss immer Nutzen und Schaden gegeneinander abwägen bevor man eine Untersuchung mit ionisierenden Strahlungen durchführt.

In der Strahlentherapie hingegen nutzt man gerade die schädigende Wirkung der Strahlungen aus. Tumore können durch Bestrahlung zerstört werden. Ein spezielles Gerät ist das Gamma-Knife, womit Hirntumoren mit γ -Strahlen zerstört werden können. Natürlich ist es optimal, wenn nur der Tumor bestrahlt wird und das gesunde Gewebe in der Umgebung gar nicht. Alle Typen der ionisierenden Strahlungen können für diesen Zweck in den verschiedenen strahlentherapeutischen Techniken verwendet werden.

Kehren wir auf die Wechselwirkungen der γ - und Röntgenstrahlen mit den Atomen in einem Medium zurück. Durch die Energieübergabe verlieren die Strahlen an Energie und an Intensität, sie werden abgeschwächt. Der Prozess wird in dem *Schwächungsgesetz* genau beschrieben.

Schwächungsgesetz: Gilt für die indirekt ionisierenden Strahlungen, die γ - und die Röntgenstrahlung. Stellt man eine Platte mit der Dicke von x im Wege der Strahlung, dann sinkt die Strahlungsintensität beim Durchdringen der Platte mit zunehmender Dicke exponentiell nach der Formel:

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$$



wobei J_0 die Intensität der einfallenden Strahlung, J die durch die Platte abgeschwächte Intensität nach der Platte und μ den **Schwächungskoeffizienten** des Materials der Platte bezeichnen. Die Maßeinheit des Schwächungskoeffizienten ist $1/\text{m} = \text{m}^{-1}$. Er charakterisiert die Schwächungsfähigkeit eines Stoffes für eine gewisse Strahlung. Der Wert des Schwächungskoeffizienten hängt also von mehreren Faktoren ab: vom Material, von seiner Dichte und der Photonenenergie der Strahlung. Je dichter ist ein Material, desto größer ist sein Schwächungskoeffizient, d. h. desto stärker wird die Strahlung abgeschwächt.

Das Schwächungsgesetz ist in dem Diagramm dargestellt. In dem Diagramm sieht man auch eine praktische Größe, die man statt des Schwächungskoeffizienten oft benutzt, diese ist die *Halbwertsdicke*.

Halbwertsdicke ($D_{1/2}$ oder einfach D): ist die Schichtdicke, die die Intensität der einfallenden Strahlung auf die Hälfte des Anfangswertes reduziert. Ihre Maßeinheit ist selbstverständlich Meter.

Wenn man entsprechend dieser Definition die Werte $x = D$ und $J = J_0/2$ in das Schwächungsgesetz einsetzt, erhält man:

$$\frac{J_0}{2} = J_0 \cdot e^{-\mu \cdot D}$$

J_0 kürzt sich aus der Gleichung:

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu \cdot D}$$

Nimmt man den Reziproken von beiden Seiten, erhält man:

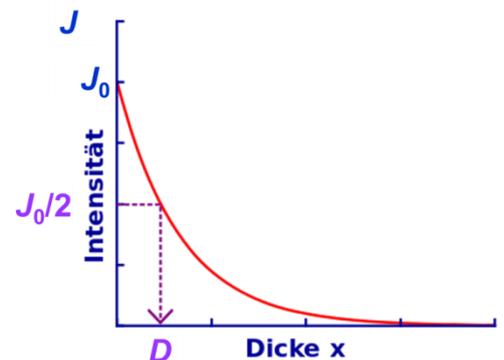
$$2 = e^{+\mu \cdot D}$$

Jetzt nimmt man den natürlichen Logarithmus von beiden Seiten:

$$\ln 2 = \ln(e^{+\mu \cdot D}) = \mu \cdot D$$

Daraus ergibt sich der Zusammenhang zwischen Schwächungskoeffizienten und Halbwertsdicke:

$$D = \frac{\ln 2}{\mu} \text{ oder } \mu = \frac{\ln 2}{D}$$



Wenn ein Material eine gewisse Strahlung stärker abschwächen kann, hat es einen größeren Schwächungskoeffizienten, somit eine kleinere Halbwertsdicke und umgekehrt. Die Halbwertsdicke ist anschaulicher als der Schwächungskoeffizient, deshalb wird sie öfters in der Praxis benutzt. Einige Beispielswerte sind in der Tabelle aufgeführt. Die in der Tabelle angegebene Strahlung wird also durch eine 6 mm dünne Bleiplatte halbiert, während aus Luft 70 m dazu nötig ist!

Material	Halbwertsdicke D (cm) (für eine Strahlung mit der Photonenenergie von 661 keV)
Luft	7000 (= 70 m!)
Wasser	8
Aluminium	3,5
Blei	0,6

Medizinische Beziehungen: Blei ist ein der dichtesten Materialien und hat eine hohe Ordnungszahl, die hinsichtlich der Schwächungsfähigkeit auch günstig ist. Blei hat noch weitere vorteilhafte Eigenschaften, deshalb wird es im Strahlenschutz für die Abschirmung von ionisierenden Strahlungen (bei Röntgengeräten, in nuklearmedizinischen Laboratorien) breit verwendet. Bleischürze werden zum Beispiel aus Polymer hergestellt, das auch im Polymer dispergiertes Blei enthält.

Die Kontraste im Röntgenbild entstehen durch die unterschiedlichen Schwächungskoeffizienten von verschiedenen Organen und Körpergeweben. Für eine gewisse Röntgenstrahlung verfügt das Muskelgewebe über einen Schwächungskoeffizienten von $0,19 \text{ cm}^{-1}$, während der Wert vom kompakten Knochengewebe $0,73 \text{ cm}^{-1}$ beträgt. Die Kontraste kann man durch Verwendung von Kontrastmitteln weiter erhöhen. Es gibt positive Kontrastmittel, die die Strahlung stärker abschwächen als das Körpergewebe — solche Kontrastmittel werden zur Untersuchung von Blutbahnen in der Angiographie verwendet —, aber auch negative Kontrastmittel, die umgekehrt die Strahlung weniger abschwächen als das Gewebe.



Einfache Röntgenaufnahme



Angiogramm des Gehirns

Aufgaben: (Versuchen Sie bitte die Aufgabe zuerst selbstständig zu lösen.)

- Man leuchtet einmal ein 3 cm dickes Muskelgewebe andersmal ein 3 cm dickes Knochengewebe mit dem gleichen Röntgenstrahl der Intensität $1,5 \text{ W/m}^2$ durch. Die Schwächungskoeffizienten der Geweben für die gegebene Röntgenstrahlung sind: Muskelgewebe $0,19 \text{ cm}^{-1}$, Knochengewebe $0,73 \text{ cm}^{-1}$. Wie groß sind die abgeschwächten Röntgenintensitäten in den zwei Fällen und wie groß ist das Verhältnis der zwei Intensitätswerten?

Lösung:

Nach dem Schwächungsgesetz gilt:

Für das Muskelgewebe:

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} = 1,5 \cdot e^{-0,19 \cdot 3} = 1,5 \cdot 0,566 = 0,848 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Für das Knochengewebe:

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} = 1,5 \cdot e^{-0,73 \cdot 3} = 1,5 \cdot 0,112 = 0,168 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Das Verhältnis ist also etwa 5.

Da in der Rechnung die Maßeinheit von μ 1/cm, die von x cm sind, werden sich diese Einheiten beim Produkt $\mu \cdot x$ wegkürzen. Deshalb muss man in solchen Fällen die Werte nicht unbedingt in 1/m bzw in m umwandeln.

3. Wie viel Prozent der einfallenden Röntgenstrahlung wird durch eine Wasserschicht mit der Dicke von 1 m durchgelassen, wenn die Halbwertsdicke des Wassers für die gegebene Röntgestrahlung 8 cm beträgt?

Lösung:

Zuerst errechnet man den Schwächungskoeffizienten aus der Halbwertsdicke:

$$\mu = \frac{\ln 2}{D} = \frac{\ln 2}{8} = 0,0866 \frac{1}{\text{cm}}$$

Danach ergibt sich die abgeschwächte Intensität aus dem Schwächungsgesetz:

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} = J_0 \cdot e^{-0,0866 \cdot 100} = J_0 \cdot 0,000173$$

Das Verhältnis ist:

$$\frac{J}{J_0} = 0,000173 = 0,0173\%$$

Also: nur ein geringer Anteil bleibt nach einer 1 m dicken Wasserschicht.

Es gibt einen anderen Lösungsweg: Da das Verhältnis $100 \text{ cm}/8 \text{ cm} = 12,5$ ist, d. h. die Dicke der Wasserschicht gerade 12,5fache der Halbwertsdicke ist, wird die Intensität auf den $1/2^{12,5} = 0,000173$ Teil reduziert.

4. Bei einem Röntgengerät möchte man die Intensität des Strahls mit einer Bleiwand auf 0,1% reduzieren. Die Halbwertsdicke von Blei beträgt 2 mm für die gegebene Röntgenstrahlung. Wie dick muss die Bleiwand sein?

Lösung:

Zuerst errechnet man den Schwächungskoeffizienten aus der Halbwertsdicke:

$$\mu = \frac{\ln 2}{D} = \frac{\ln 2}{2} = 0,347 \frac{1}{\text{mm}}$$

Das Verhältnis J/J_0 beträgt nach der Aufgabenstellung 0,001.

Die Schichtdicke x ergibt sich aus der Exponentialgleichung:

$$\frac{J}{J_0} = e^{-\mu \cdot x}$$

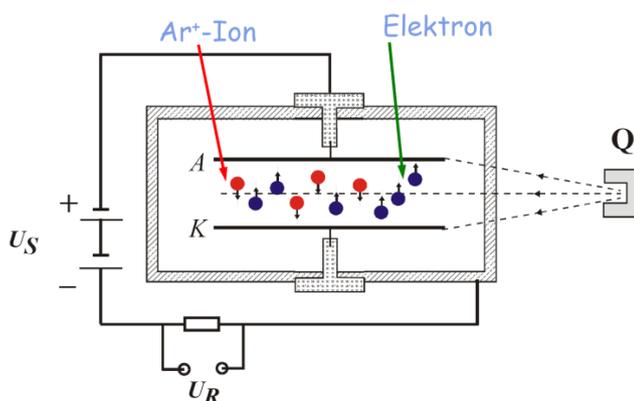
$$\ln \frac{J}{J_0} = \ln(e^{-\mu \cdot x}) = -\mu \cdot x$$

$$x = \frac{-\ln \frac{J}{J_0}}{\mu} = \frac{-\ln 0,001}{0,347} = 19,9 \text{ mm}$$

Also eine etwa 2 cm dicke Bleiwand reicht aus.

Zu den medizinischen Anwendungen ist es eine Voraussetzung, die Intensität der Strahlungen messen zu können. Es gibt viele verschiedene Messgeräte, hier werden nur die Grundlagen der zwei wichtigsten Techniken erläutert. Die eine Technik basiert auf die *Ionisation in einem Gas*, die andere Technik basiert auf eine *Lumineszenzerscheinung in einem Kristall*.

Auf Gasionisation basierende Strahlungsdetektoren. Die zwei wichtigsten Detektoren in dieser Familie sind die Ionisationskammer und der Geiger-Müller-Zählrohr. Die linke Abbildung zeigt das Grundprinzip dieser Instrumente.



Grundprinzip der auf Gasionisation basierenden Detektoren



Geiger-Müller-Zählrohr

Die Kammer ist mit einem Gas (z. B. Argongas) gefüllt. Zwischen den zwei Elektroden (A – Anode, K – Kathode) liegt eine Hochspannung (U_S - Speisespannung) vor. Da die Gasatome in der Kammer ursprünglich neutral sind, fließt kein Strom zwischen den zwei Elektroden und in dem Stromkreis trotz der angelegten Spannung. Wenn aber aus einer

Strahlungsquelle Q ionisierende Strahlung in die Kammer tritt, werden die Gasatome ionisiert (negative Elektronen werden aus den Atomen ausgelöst und positive Ionen bleiben zurück) und beginnt ein Strom zu fließen. Die Stromstärke ist zu der Intensität der Strahlung proportional. Nach dem ohmschen Gesetz wird die Spannung U_R am Arbeitswiderstand proportional zur Stromstärke und dadurch proportional zu der Strahlungsintensität sein. (Auf den kleineren Unterschied zwischen Ionisationskammer und Geiger-Müller-Zählrohr gehen wir nicht ein.)

Auf Lumineszenz (Szintillation) basierende Strahlungsdetektoren. In dem ersten Teil der modernen Physik wurde schon erwähnt, dass manche Kristalle (z. B. Natriumjodid Kristall mit Tallium Atomen verunreinigt) Radio- und Röntgenlumineszenz aufzeigen, d. h. sie leuchten, wenn radioaktive oder Röntgenstrahlung auf den Kristall fallen. Das Bild zeigt einen solchen Kristall unter Röntgebestrahlung: das blaue Leuchten ist klar zu sehen. Die Erscheinung nennt man auch **Szintillation**.

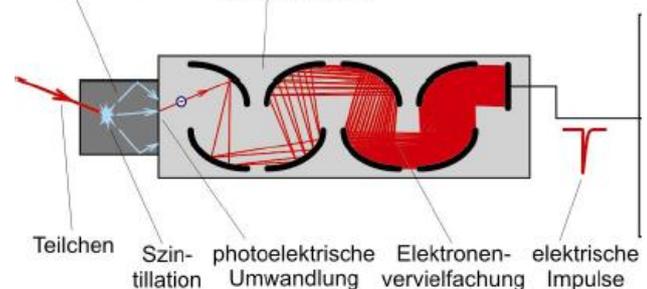


Anfang des 20. Jahrhunderts wurde das Leuchten des Kristalls mit bloßem Auge verfolgt, heute wird das entstehende Licht mit Lichtdetektoren aufgrund des lichtelektrischen Effektes detektiert. Ein modernes **Szintillationsdetektor** besteht also aus zwei Bestandteilen: aus einem *Szintillationskristall* (auch Szintillator genannt) und einem *Photomultiplier* als Lichtdetektor.

In dem **Szintillator** erzeugt das zu detektierende Teilchen (α -, β -Teilchen, γ -Quant oder Röntgenphoton) blaues Licht. Der Kristall ist durchsichtig, so können die erzeugten Lichtphotonen aus dem Kristall zu dem zweiten Bestandteil, dem Photomultiplier gelangen.



Der **Photomultiplier** (auch **Sekundärelektronenvervielfacher** SEV genannt) ist eine evakuierte Röhre, mit vielen nacheinander in Reihe platzierten Elektroden. Auf die Elektroden wird zunehmende Spannung gelegt. Die allererste Elektrode, die Kathode, liegt eigentlich im Eintrittsfenster. Diese Kathode ist eine dünne aus Alkalimetallen hergestellte Schicht, damit das blaue Licht nach der einsteinschen Gleichung (siehe Thema „Lichtelektrischer Effekt“) aus der Kathode Elektronen auslösen kann. (In der Abbildung wurde der Einfachheit halber ein einziges Elektron gezeigt.) Dieses

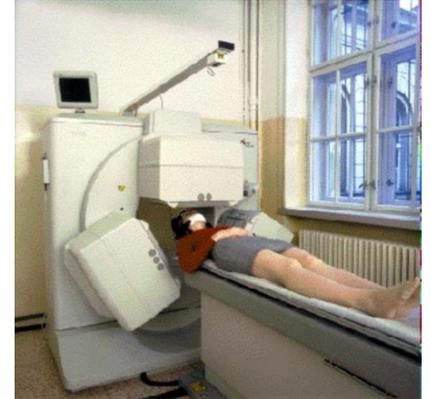


Elektron wird durch die Spannung zwischen der Kathode und der nächsten Elektrode beschleunigt. Wegen der erhöhten kinetischen Energie kann dieses Elektron aus der zweiten Elektrode mehr Elektronen auslösen, z. B. zwei Elektronen wie in der Abbildung dargestellt. Die neuen Elektronen werden von der zweiten bis zu der dritten Elektrode erneut beschleunigt, lösen sie noch mehr Elektronen aus usw. Exponentiell nimmt die Anzahl der Elektronen zu. In diesem lavinenartigen Prozess erreicht dann eine riesige Menge von Elektronen in einer sehr kurzen Zeitspanne die allerletzte Elektrode, die Anode, so entsteht ein kurzzeitiger Strom in dem auf den Photomultiplier folgenden Stromkreis (in der Abbildung nicht gezeigt). Man spricht von einem Stromimpuls oder einem Spannungsimpuls, die mit einem Amper- oder Voltmeter messbar sind. Ein eindringendes Teilchen wird also einen elektrischen Impuls auslösen. Zählt man die elektrischen Impulse, erhält man gleichzeitig die Anzahl der detektierten radioaktiven oder Röntgenteilchen.

Medizinische Anwendungen: Die Ionisationskammer ist ein häufiges Gerät in der Dosimetrie. Mit Hilfe der Ionisationskammer kann man die sogenannte Ionendosis genau bestimmen.

Den Geiger-Müller-Zähler verwendet man für schnelle Überprüfungen der Anwesenheit einer radioaktiven Strahlung z. B. bei einer vorausgesetzten radioaktiven Verunreinigung im Labor.

Die in der diagnostischen Arbeit verwendeten Gammakameras funktionieren auf dem Prinzip der Szintillationstechnik. In einem modernen bildgebenden Verfahren, der SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography) werden gleichzeitig mehrere Gammakameras verwendet, damit das 3D-Bild in kurzer Zeit fertiggestellt wird.



Gammakameras

Bitte lesen und lernen Sie die folgenden Abschnitte aus dem Duden-Buch:

Theorie: Duden Seite 474

Rechenaufgaben:

- Duden Seite 497: 7
- Aufgabenblatt Moderne Physik 4